

Tunnelvorgänge in der Quantenchromodynamik

Thomas Schäfer

Quantenchromodynamik (QCD), die Theorie der Quarks und Gluonen, ist inzwischen über 25 Jahre alt. Aber während systematische Methoden existieren, um die Vorhersagen der Theorie bei hohen Energien auszuarbeiten, ist das Verständnis der Theorie bei niedrigeren Energien nicht in gleicher Weise ausgereift. In diesem Artikel diskutieren wir Hinweise, daß man semiklassische Methoden verwenden kann, um die Theorie in diesem Regime zu behandeln. Wir konzentrieren uns dabei auf die Masse des Protons. In der semiklassischen Näherung ist die wesentliche Eigenschaft des QCD-Vakuums die Existenz von Tunnelvorgängen, auch „Instantonen“ genannt.

Quantenchromodynamik, die dynamische Theorie der Farbe, ist die fundamentale Theorie der starken Wechselwirkung. Die QCD beschreibt unter anderem, wie die beobachteten, farbneutralen Hadronen (Protonen und Neutronen, Pionen, Kaonen, Rho-Mesonen, ...) aus farbigen Quarks und Gluonen aufgebaut sind. Stark vereinfacht kann man sich das Proton als einen Bindungszustand von zwei up-Quarks mit elektrischer Ladung $+2/3 e$ und einem down-Quark der Ladung $-1/3 e$ vorstellen. Die Farbladungen der Quarks – das Analogon zur elektrischen Ladung bei der Quantenelektrodynamik – sind rot, grün und blau, das Proton ist daher farbneutral. Die Wechselwirkung der Quarks wird durch farbige Gluonen erzeugt. Anders als das Photon, das die Wechselwirkung elektrisch geladener Teilchen vermittelt, selbst aber neutral ist, ändern Gluonen die Farbe der beteiligten Quarks. Ein Gluon kann z.B. die Farbladung „rot, anti-blau“ tragen, die ein blaues Quark in ein rotes Quark umwandelt.

In Wahrheit ist die Situation komplizierter: In einer Quantenfeldtheorie wie der QCD können Quark-Antiquark- und Gluonpaare beliebig erzeugt und vernichtet werden. Das Proton trägt die Quan-

tenzahlen eines (up, up, down)-Bindungszustandes, tatsächlich ist es aber ein Konglomerat unendlich vieler Quarks, Antiquarks und Gluonen. Dies ist insbesondere der Fall, weil Gluonen exakt, und Quarks in guter Näherung, masselos sind. Das bedeutet, daß die QCD auch eine Theorie der Masse ist: Sie beschreibt, wie fast masselose Quarks massive Hadronen bilden. Während die Massen der up- und down-Quarks in der Nähe von 10 MeV liegen, ist die Masse des Protons sehr viel größer, $M_p c^2 = 938 \text{ MeV}$. Die QCD ist darüber hinaus, zumindest im Prinzip, die mikroskopische Theorie, die der Kernphysik zugrunde liegt. Sie beschreibt die starke Restwechselwirkung farbneutraler Hadronen und bestimmt damit die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung, die Struktur endlicher Kerne und die Phasenstruktur hadronischer Materie. Das beinhaltet vor allem auch die Frage, bei welcher Temperatur hadronische Materie zu „kochen“ beginnt und sich in ein Plasma aus Quarks und Gluonen verwandelt.

Trotz der Reichhaltigkeit dieser Phänomene ist die QCD im wesentlichen eine parameterfreie Theorie. Die Masse der leichten Quarks, up und down, ist viel kleiner als eine typische Hadronmasse, während die Masse der schweren Quarks, charm, bottom und top, viel größer ist. Etwas komplizierter ist die Situation im Fall des strange-Quarks. Trotzdem kann man die Welt, die uns umgibt, in guter Näherung unter der Annahme beschreiben, daß es nur zwei, exakt masselose, Quarks gibt. Die Wechselwirkung der Quarks und Gluonen ist durch eine Kopplungskonstante α_s charakterisiert, analog der Feinstrukturkonstante in der Quantenelektrodynamik (QED). Die QCD besitzt aber im Gegensatz zur QED eine bemerkenswerte Eigenschaft, die asymptotische Freiheit. Berücksichtigt man Quantenfluktuationen, so hängt die Kopplung von der Energieskala ab, bei der sie gemessen wird. Bei hohen Energien oder bei sehr kleinen Abständen

wird die Kopplung schwächer und schwächer. In diesem Regime verhalten sich Quarks wie freie Teilchen, die Theorie ist „asymptotisch frei“. Bei großen Abständen oder niedrigen Energien wird die Kopplung stark, und die Theorie ist sehr kompliziert. Die Abhängigkeit der Kopplung von der Energie bedeutet, daß die QCD nicht durch den Wert der Kopplung, sondern durch eine Massenskala Λ_{QCD} charakterisiert ist. Das ist ein sehr wichtiges Phänomen. Die QCD besitzt im Grenzfall verschwindender Quarkmassen keine massebehafteten Parameter. Die Berechnung dimensionsbehafteter Größen, wie der Masse des Protons, erfordert daher die Einführung einer Skala, das QCD „Urkilogramm“ Λ_{QCD} . Diese Skala kann man fixieren, indem man zum Beispiel die Energie bestimmt, bei der die Kopplung einen bestimmten Wert annimmt.

Wie verwendet man die QCD, um Vorhersagen zu machen, insbesondere, wie berechnet man die Protonenmasse? Wie bestimmt man die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung und die Phasenstruktur von Kernmaterie? In der Praxis sind wir zumindest im Augenblick auf numerische Rechnungen, Gitter-QCD, angewiesen. Gitterrechnungen reproduzieren inzwischen die Masse des Protons und anderer Hadronen mit einer Genauigkeit von etwa 5% [1].

Die numerischen Rechnungen tragen dem Quantencharakter der Theorie Rechnung, indem sie über alle möglichen Konfigurationen der Quark- und Gluonfelder summieren. Dies wird ermöglicht durch einen Trick: Man betrachtet die Theorie nicht in der wirklichen Welt, sondern in einer Welt, in der die Zeit einen imaginären Wert annimmt. In dieser Welt werden aus quantenmechanischen Phasenfaktoren $\exp(iS/\hbar)$ Boltzmann-Faktoren $\exp(-S/\hbar)$. S ist hier die klassische Wirkung der Felder. Mit anderen Worten: Was in der wirklichen Welt wie eine quantenmechanische Fluktuation aussieht, ist in der imaginären Welt eine thermische Fluk-

Dr. Thomas Schäfer,
School of Natural
Sciences, Institute
for Advanced Study,
Princeton, NJ 08540,
USA

tuation, kontrolliert durch die effektive Temperatur \hbar . Man bezeichnet diese Methode als euklidisches Pfadintegral. Diskretisiert man die Felder auf einem Raumzeit-Gitter, so hat man die QCD auf Statistische Mechanik reduziert. In diesem Fall gibt es eine Reihe von Methoden, die systematische numerische Rechnungen ermöglichen.

Diese Rechnungen sind nicht einfach, in der Tat erfordern sie der Welt leistungsstärkste Computer. Trotzdem ist, wie bereits angesprochen, Gitter-QCD inzwischen recht erfolgreich bei der Vorhersage experimentell bekannter Observablen. Aber die typischen Feldkonfigurationen, die in der Simulation auftreten, sind extrem kompliziert. Numerische Simulationen beantworten daher nicht die Frage, warum die Masse des Protons ihren gemessenen Wert hat und was das Proton im Inneren zusammenhält. Gibt es eine Möglichkeit, „wichtige“ Konfigurationen zu extrahieren und ein physikalisches Verständnis der zugrunde liegenden Phänomene zu gewinnen?

Tunneln in der Quantenmechanik

Wir wollen in diesem Abschnitt illustrieren, wie man eine solche Frage unter Umständen beantworten kann. Wir betrachten als Beispiel ein einfaches quantenmechanisches System, ein Teilchen in einem Doppelmuldenpotential, siehe Abb. 1. Die Physik dieses Systems ist sehr einfach: Klassisch gibt es für das Teilchen zwei mögliche Grundzustände oder Vakua, in der linken und rechten Potentialmulde. Quantenmechanisch kann das Teilchen zwischen diesen beiden Zuständen tunneln. Als Resultat mischen die Grundzustandswellenfunktionen in den beiden Mulden, und die zugehörigen Energieeigenwerte spalten auf. Die Niveaufspaltung ist durch die Tunnelwahrscheinlichkeit und damit durch die Höhe der Barriere bestimmt. Ist die Barriere hoch, so sind Tunnelvorgänge selten, und die Niveaufspaltung läßt sich semiklassisch berechnen. Dies ist die WKB-Methode, die in den meisten Lehrbüchern der Quantenmechanik beschrieben ist.

Wir wollen uns nun aber vorstellen, daß die Quantenmechanik des Doppelmuldenpotentials so kompliziert sei, daß man wie in der QCD auf Gitterrechnungen angewiesen

ist. Wir diskretisieren daher die Zeit und summieren über alle möglichen Pfade des Teilchens. Wir arbeiten wieder in einer euklidischen Welt mit imaginärer Zeit $\tau = it$. Eine typische Konfiguration ist in Abb. 2a zu sehen. Das Teilchen führt Fluktuationen in einer der beiden Mulden durch, und ab und zu kann man einen Tunnelvorgang in die andere Mulde beobachten.

In der imaginären Welt kann man nicht direkt die Energie quantenmechanischer Zustände bestimmen. Statt dessen betrachten wir die Korrelationsfunktion $\langle x(0)x(\tau) \rangle$, ein Maß für die Wahrscheinlichkeit dafür, das Teilchen zum Zeitpunkt τ am Ort x zu finden, wenn es sich zum Zeitpunkt 0 an diesem Ort befand. Es gilt

$$\langle x(0)x(\tau) \rangle = \sum_n |c_n|^2 \cdot \exp(-(E_n - E_0)\tau/\hbar), \quad (1)$$

wobei E_n die Energie des n -ten Niveaus ist und $c_n = \langle 0|x|n \rangle$ das Matrixelement von x zwischen dem Grundzustand und dem n -ten angeregten Zustand ist. Aus dem exponentiellen Abfall der Korrelationsfunktion für große imaginäre Zeit τ kann man die Niveaufspaltung bestimmen, $\Delta E = -\ln \langle x(0)x(\tau) \rangle / \tau$, (Abb. 2b). Das Resultat stimmt natürlich mit einer direkten Rechnung, bei der die Eigenwerte E_n durch diagonalisieren des Hamilton-Operators bestimmen, überein.

Was diese Betrachtungen mit der Protonenmasse zu tun haben? Wie wir später sehen werden, entspricht die Protonenmasse gerade der Energiedifferenz ΔE zwischen dem ersten angeregten Zustand E_1 und dem Grundzustand E_0 , denn das Proton ist als leichtestes Baryon der

erste angeregte Zustand des QCD-Vakuums.

Aber in unserem Beispiel ist klar, daß man die Rechnung näherungsweise viel einfacher durchführen kann. Bei langen Zeitabständen spielen die Kurzzeitfluktuationen keine Rolle, nur die Tunnelvorgänge sind wichtig. In Abb. 2a zeigen

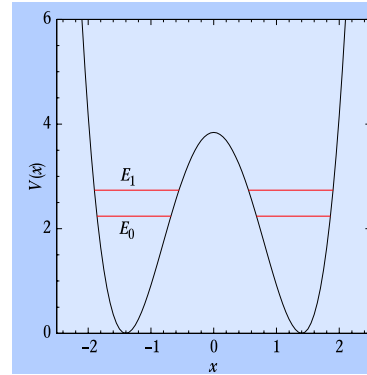


Abb. 1: In einem Doppelmuldenpotential kann ein Teilchen von einer Seite zur anderen tunneln. Als Folge davon mischen die in den beiden Mulden lokalisierten Zustände niedrigster Energie und spalten auf. Hier: $V = (x^2 - f)^2$ für $f = 1,4$. Die Niveaufspaltung beträgt $\Delta E = 0,496$. Die Einheiten wurden so gewählt, daß $\hbar = c = 2m = 1$ gilt.

wir einen Pfad, bei dem alle Kurzzeitfluktuationen herausgefiltert sind, so daß nur die Tunnelvorgänge übrig sind. Wir sehen in Abb. 2b, daß das korrekte Resultat für die Niveaufspaltung in der Tat erhalten bleibt. Die korrekte Beschreibung der Amplitude bei kleinen Zeitunterschieden, und damit die Struktur höher angeregter Zustände geht aber verloren. Das geht aus Gleichung (1) hervor: Bei kleinen Zeiten τ tragen sehr viele angeregte Zustände bei, während für große τ der Grundzustand dominiert.

Den Beitrag der Tunnelpfade zur Niveaufspaltung kann man auch analytisch bestimmen. Man bezeichnet dieses Vorgehen als eine Instanton-Rechnung. Instanton ist ein Name für den Tunnelvorgang (der zeitlich lokalisiert, instantan,

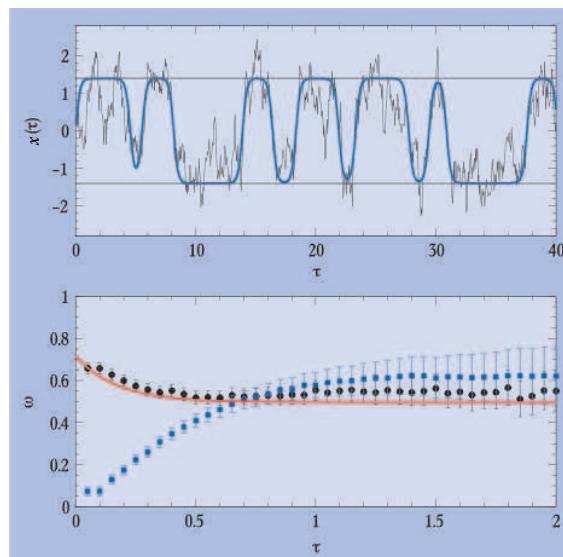


Abb. 2:

- a) Ein typischer Pfad $x(\tau)$ eines Teilchens in einem Doppelmuldenpotential nach Abb. 1 (dünne Linie). Für die Bestimmung der Niveaufspaltung spielen die Kurzzeitfluktuationen keine Rolle, nur die Tunnelvorgänge sind wichtig (blaue Linie).
- b) Die logarithmische Ableitung $\omega(\tau)$ der Korrelationsfunktion $\langle x(0)x(\tau) \rangle$ strebt für große τ gegen die Niveaufspaltung $\Delta E \approx 0,5$. Die rote Linie zeigt das exakte Resultat, die schwarzen Punkte sind das Resultat einer Gitterrechnung und die blauen Vierecke zeigen den Beitrag der Tunnelpfade.

stattfindet). Der erste Schritt der Instanton-Rechnung ist die Bestimmung des Tunnelpfades, des wahrscheinlichsten Wegs des Teilchens durch die Barriere. Dabei kommt eine weitere Eigenheit der imaginären Welt zum Tragen. Beim Übergang zur imaginären Zeit ändert sich das relative Vorzeichen zwischen kinetischer Energie $\dot{x}^2/2m$ und potentieller Energie $V(x)$. In der wirklichen Welt ist die Energie des Teilchens zu klein, um die Barriere zu durchdringen, der Tunnelvorgang ist daher klassisch verboten. In der imaginären Welt findet die Bewegung im invertierten Potential statt, und der Tunnelvorgang ist klassisch erlaubt. Zu große Exkursionen des Teilchens werden aber durch den Boltzmann-Faktor $\exp(-S/\hbar)$ unterdrückt. Die Tunnelamplitude ist dann $p \sim \exp(-S_{cl}/\hbar)$, wobei S_{cl} die klassische Wirkung des Tunnelpfades ist. Um den Faktor vor dem Exponenten zu bestimmen, muß man Fluktuationen um

ein feldfreies Vakuum mit einem Zustand verbinden, in dem die Gluonfelder einen „Knoten“ (technisch: Windungszahl 1) besitzen. Anders als das Beispiel im letzten Abschnitt hat die QCD nicht nur zwei, sondern eine unendliche Anzahl klassischer Vakua, klassifiziert durch ihre Windungszahl. Instantone mischen diesen Vakua und fächern die zugehörigen Zustände auf. Tunnelvorgänge senken daher die Energie des QCD-Grundzustands. Diese Energie kann man normalerweise nicht direkt beobachten. Sie spielt aber eine Rolle bei dem Versuch, das Vakuum aufzuheizen und ein Quark-Gluon-Plasma zu erzeugen.

Die Tunnelrate in der QCD ist proportional zu $\exp(-2\pi/\alpha_s)$, wobei α_s die QCD-Feinstrukturkonstante ist. Da aber α_s selbst eine Funktion der Längenskala ist, ist es sehr schwierig, die Tunnelrate in der QCD zu bestimmen. Aufgrund phänomenologischer Überlegungen schlug Shuryak im Jahr 1982 vor, daß die Instanton-Rate in der QCD etwa $N/(VT) = 1 \text{ fm}^{-4}c$ beträgt [3] (s. [4] für eine ausführliche Diskussion und Literaturhinweise). Das bedeutet, daß in einem Volumen $V = 1 \text{ fm}^3$ im Mittel ein Tunnelvorgang in einem Zeitintervall $T = 1 \text{ fm}/c$ stattfindet.

Die mittlere räumliche Ausdehnung der Instantone ist $\rho = 1/3 \text{ fm}$. Der Beitrag der Instantone zur Energie des Vakuums ist etwa $\varepsilon = 1 \text{ GeV}/\text{fm}^3$. Unsere Einheiten sind $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ und $1 \text{ fm}/c = 3 \cdot 10^{-23} \text{ s}$. Zum Vergleich sei angemerkt, daß der Durchmesser des Protons etwa 1 fm beträgt.

Diese Abschätzungen führen zu der Schlußfolgerung, daß die typische Wirkung $S = 5 \hbar$ ist und Tunnelvorgänge semiklassisch beschrieben werden können. Das ermöglicht systematische Rechnungen; zum Beispiel wurde die Rolle von Tunnelvorgängen in der chiralen Symmetriebrechung und für die Eigenschaften des Pions untersucht. Diese Rechnungen waren sehr erfolgreich. Ebenso beeindruckend ist das Resultat für die Protonenmasse, die man ganz analog zu Gleichung

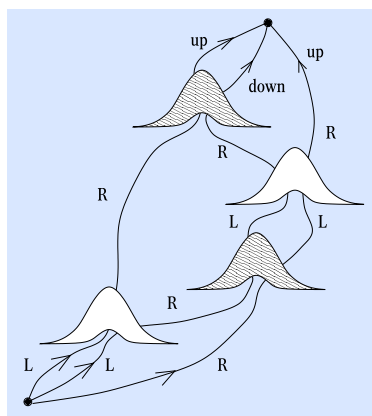
(1) bestimmen kann. Zu diesem Zweck betrachtet man die Korrelationsfunktion $\Pi(\tau) = \langle \eta(\tau) \bar{\eta}(0) \rangle$, wobei $\eta(\tau)$ ein Drei-Quark-Operator mit den Quantenzahlen des Protons ist. In diesem Fall gilt $\Pi(\tau) \sim \exp(-M_p c^2 \tau / \hbar)$ für große τ . Wie in dem Beispiel aus der Quantenmechanik bestimmen wir auch hier in Wahrheit eine Energiedifferenz: die Energie des Vakuums in der Gegenwart des Protons, minus der Energie des „leeren“ Vakuums.

Auf der Basis des phänomenologischen Resultats für die Tunnelrate fanden wir $M_p c^2 = 950 \text{ MeV}$ [5], im Vergleich zu dem exakten Wert $M_p c^2 = 935 \text{ MeV}$. Was haben Tunnelvorgänge mit der Existenz von Quarkbindungszuständen, und insbesondere mit der Masse des Protons zu tun? Tunnelvorgänge im gluonischen Vakuum haben einen wichtigen Effekt auf Quarks. Sie können nur stattfinden, wenn sowohl ein up- als auch ein down-Quark den Tunnelvorgang begleitet [6]. Beide Quarks ändern während des Tunnelvorgangs ihre Händigkeit. Diese Tatsache hat eine tiefe Bedeutung im Zusammenhang mit Anomalien, aber für unsere Argumente ist nur wichtig, daß Instantone zu sehr spezifischen Korrelationen zwischen Quarks führen. Unter allen Drei-Quark-Konfigurationen bevorzugen Tunnelvorgänge genau die Konfiguration, die den Quantenzahlen des Protons entspricht. Ein typischer Pfad der drei Valenzquarks im Proton durch eine Serie von Tunnelvorgängen ist in Abb. 3 gezeigt. Wir zeigen sowohl die Händigkeit (L/R) als auch den Flavor (up/down) der beteiligten Quarks. Die Kombination (LLR) reflektiert die Tatsache, daß das Proton Spin 1/2 trägt.

Ein Maß für die Masse des Protons ist die Amplitude, daß sich die Händigkeit der Quarks im Proton ändert. Das hängt damit zusammen, daß der Massenterm eines Dirac-Teilchens von der Form $m \bar{\psi}_L \psi_R$ ist, wobei $\psi_{L,R}$ ein links oder rechtshändiges Feld ist. Instantone ändern die Quarkhändigkeit. Die Masse des Protons wird daher durch die Tunnelrate bestimmt. Es ist bemerkenswert, daß die Rate $N/(VT) = 1 \text{ fm}^{-4}c$, die ursprünglich aufgrund sehr unterschiedlicher Überlegungen postuliert wurde, die korrekte Protonenmasse liefert.

Die spezifische Korrelation zwischen Quarkhändigkeit, Quarkflavor und polarisierten Gluonen-

Abb. 3: Schema eines typischen Quarkpfades, der zur Protonkorrelationsfunktion beiträgt. Das Diagramm entspricht einem Feynman-Diagramm, bei dem es statt Gluonenaustausch nur Tunnelvorgänge zwischen den Quarks gibt. Die Zeitachse verläuft von unten nach oben. Entlang einer Quarklinie ändert sich der Flavor (up/down) eines Quarks nicht, aber die Händigkeit springt von L nach R bzw. R nach L beim Durchlaufen eines Instantons (weiß) bzw. Anti-Instantons (schraffiert). In Abb. 2 entspricht ein Instanton einem Tunneln von $x = -f$ nach $x = f$, beim Anti-Instanton ist es umgekehrt.



den klassischen Pfad berechnen. Die Instanton-Rechnung ist vollständig äquivalent zur WKB-Näherung. Beide Methoden liefern im Grenzfall hoher Tunnelbarrieren eine beliebig gute Näherung an das exakte Resultat. Dieser Grenzfall entspricht dem Fall $S \gg \hbar$ oder dem semiklassischen Limes. In Abb. 2 haben wir $S_{cl} = 3,5 \hbar$ gewählt, an der Grenze der Gültigkeit der semiklassischen Näherung.

Tunneln in der QCD

Tunnelvorgänge sind nicht auf quantenmechanische Systeme beschränkt. Tatsächlich gibt es auch in der QCD Tunnelvorgänge [2]. In diesem Fall findet Tunneln zwischen gluonischen Feldkonfigurationen statt, die sich in ihren topologischen Eigenschaften unterscheiden. Insbesondere gibt es Tunnelvorgänge, die

feldern, die für Tunnelvorgänge charakteristisch ist, hat wichtige Konsequenzen für die Struktur des Protons. Dies betrifft insbesondere die Frage, wie sich Masse, Spin, elektromagnetische Momente etc. auf die verschiedenen Quarkflavors und Gluonen verteilen. Einige dieser Fragen sind bereits untersucht worden, aber viel bleibt noch zu tun. Insbesondere werden in den nächsten Jahren Experimente an Elektronenbeschleunigern wie MAMI in Mainz, Elsa in Bonn und CEBAF am Thomas Jefferson National Laboratory in den USA unser Verständnis der Struktur des Protons verbessern. Weitere Informationen kommen aus der polarisierten tief-inelastischen ep-, μ p- und pp-Streuung, wie dem Hermes-Experiment bei DESY, dem Compass-Experiment am CERN und dem Polarisations-Programm bei RHIC, dem relativistischen Schwerionenbeschleuniger am Brookhaven National Laboratory in den USA.

Numerisch kann man die Rolle von Instantonen in der QCD ganz

ähnlich wie in dem Doppelmuldenpotential studieren. Als Beispiel zeigen wir das Resultat einer Gitterrechnung von Chu et al. [7]. Abb. 4a zeigt die Feldstärke E^2+B^2 der Gluonfelder auf einem zwei-dimensionalen Schnitt durch die vierdimensionale Raumzeit. Abgesehen davon, daß die Felder sehr stark fluktuieren, kann man nicht viel erkennen. In Abb. 4b sehen wir dieselbe Feldkonfiguration, nachdem die Gluonfelder geglättet wurden. Diese Teilabbildung entspricht der blauen Linie in Abb. 2a. Wir können nun sehr deutlich lokalisierte Konzentrationen der Felder identifizieren. Eine nähere Untersuchung der Felder zeigt, daß es sich tatsächlich um Instantone handelt. Dies ermöglicht die Bestimmung der Tunnelrate. Chu et al. finden $N/(VT) = 1.4 \text{ fm}^{-4}c$, in recht guter Übereinstimmung mit dem phänomenologischen Resultat.

Abb. 5 zeigt die Proton-Korrelationsfunktion der QCD sowohl in den ursprünglichen als auch in den Instanton-dominierten Konfigura-

tionen. Wir erkennen, daß die Korrelationsfunktion nur schwach modifiziert ist. Das bedeutet, daß die starken Fluktuationen, die man in Abb. 4a sieht, die Bewegung der Quarks nur schwach beeinflussen. Insbesondere finden Chu et al., daß die Masse des Protons in der kompletten Rechnung $M_p c^2 = 950 \text{ MeV}$ ist, während die Instanton-Konfigurationen den Wert $M_p c^2 = 940 \text{ MeV}$ liefern. Unsere Ergebnisse aus Ref. [5] sind ebenfalls in Abb. 5 gezeigt. Wir erkennen, daß die Instanton-Vorhersagen eine beeindruckende Übereinstimmung mit den Gitterdaten zeigen. Das gilt nicht nur für das asymptotische Verhalten, das die Masse bestimmt, sondern für die komplette Funktion. Instantone reproduzieren nicht nur die Masse, sondern auch die Wellenfunktion des Protons.

Ähnlich dem Beispiel aus der Quantenmechanik versagt die Instanton-Rechnung bei der Bestimmung angeregter Zustände des Nukleons oder bei der Berechnung von Bindungszuständen schwerer Quarks, wie dem J/ψ . Ob in diesem Regime andere Konfigurationen, zum Beispiel magnetische Monopole oder Vortices eine Rolle spielen, wird gegenwärtig intensiv untersucht.

*

Ich danke meinen Mitstreitern, insbesondere E. Shuryak, für eine sehr fruchtbare Zusammenarbeit.

Abb. 4: Typische Gluonfeldkonfiguration in einer QCD-Gittersimulation, aus Chu et al. [7]. Gezeigt ist die Gluonfeldstärke auf einem zwei-dimensionalen Schnitt durch die vierdimensionale Raumzeit. Sowohl die Koordinaten z, t als auch die Feldstärke E^2+B^2 sind in Gittereinheiten $a \approx 0.16 \text{ fm}$ aufgetragen. Abb. a entspricht der dünnen Linie in Abb. 2a und zeigt die ursprüngliche Konfiguration, Abb. b entspricht der blauen Linie in Abb. 2a und zeigt die Instanton-dominierte Konfiguration, nachdem die Felder geglättet wurden.

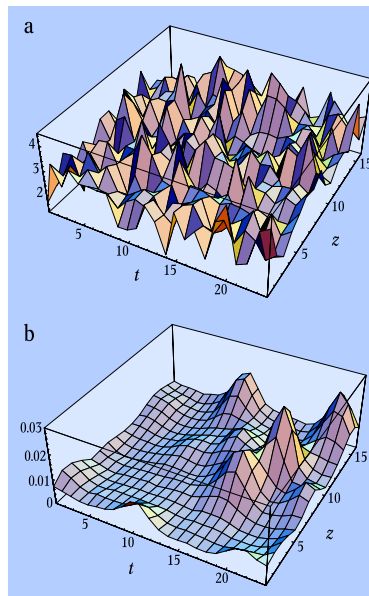
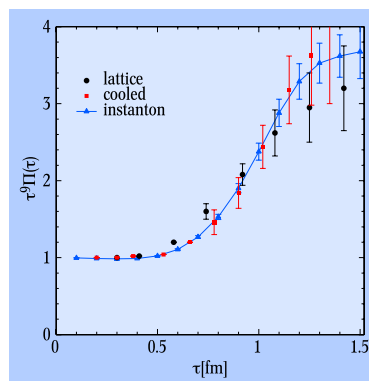


Abb. 5: Proton-Korrelationsfunktionen $\Pi(\tau)$ als Funktion der Zeit. Asymptotische Freiheit verlangt, daß sich $\Pi(\tau)$ für kleine τ auf das Verhalten freier Quarks, $\Pi \sim 1/\tau^9$, reduziert. In der Abbildung wurde die volle Korrelationsfunktion auf diesen Grenzfall normiert. Die logarithmische Ableitung von $\Pi(\tau)$ für große τ bestimmt die Masse des Protons. Wir zeigen Resultate der Gitterrechnung von Chu et al. (lattice), den Beitrag der Tunnellösungen (cooled) und die Instanton-Rechnung von Schäfer et al., die beeindruckend gut mit den Gitterrechnungen übereinstimmt.



Literatur

[1] D. Weingarten, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **34** (1994) 29
 [2] A. A. Belavin, A. M. Polyakov, A. A. Schwartz, Yu. S. Tyupkin, Phys. Lett. **B59** (1975) 85
 [3] E. V. Shuryak, Nucl. Phys. **B203** (1982) 93
 [4] T. Schäfer, E. V. Shuryak, Rev. Mod. Phys. **70** (1998) 323; D. I. Diakonov, International School of Physics, Enrico Fermi, Course 80, Varenna, Italy (1995)
 [5] T. Schäfer, E. V. Shuryak, J. J. M. Verbaarschot, Nucl. Phys. **B412** (1994) 143
 [6] G. 't Hooft, Phys. Rev. Lett. **37** (1976) 8
 [7] M. C. Chu, J. M. Grandy, S. Huang, J. W. Negele, Phys. Rev. **D48** (1993) 3340